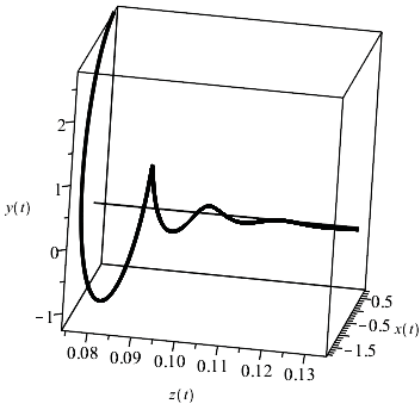


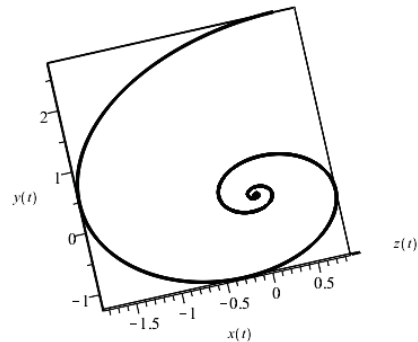
Zgodnie z twierdzeniem 6.1 mamy więc dwuwymiarową rozmaitość stabilną oraz jednowymiarową rozmaitość niestabilną styczną do prostej

$$X^u = \mathcal{L}in \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

Na rysunku 6.3 możemy zauważyć trajektorię, która wraz ze wzrostem czasu nawija się na X^u coraz bardziej zbliżając się do X^u . Rzut tej trajektorii na płaszczyznę styczną X^s jest ogniskiem asymptotycznie stabilnym (rysunek 6.4).



Rysunek 6.3. Trajektorie układu (6.14)



Rysunek 6.4. Rzut trajektorii na płaszczyznę styczną X^s

Przykład 6.4. [81, p. 261] Rozważmy układ równań

$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 + 3x_2^2 \\ x_2' = x_2. \end{cases} \quad (6.15)$$

Zauważmy, że w punkcie $P = (0, 0)$ Jakobian ma dwie wartości własne: -1 oraz 1 . Ponadto zachodzi

$$X^s = \mathcal{L}in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{oraz} \quad X^u = \mathcal{L}in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

(porównaj rysunek 6.5).

Łatwo pokazać (zaczynając od drugiego równania), że dla dowolnego warunku początkowego (x_{10}, x_{20}) rozwiązania układu (6.15) są postaci

$$\begin{cases} x_1(t) = x_{10}e^{-t} + x_{20} \sinh t + x_{20}^2(e^{2t} - e^{-t}) \\ x_2(t) = x_{20}e^t \end{cases}. \quad (6.16)$$